

# MIARY DRGANIOWE W INŻYNIERII PRODUKCJI ELEMENTÓW BUDOWLANYCH

Mariusz ŻÓLTOWSKI, Bogdan ŻÓLTOWSKI

**Streszczenie:** Istnieje potrzeba ciągłego doskonalenia metod badań eksploatacyjnych elementów budowlanych i całych konstrukcji narażonych na destrukcję. Wprowadzane do budownictwa nowe materiały i technologie oraz nowe rozwiązania konstrukcyjne, umożliwiają zwiększenie wydajności i jakości wytworów, lecz towarzyszą im często groźne i duże obciążenia dynamiczne. Nowe narzędzia w tym obszarze badań dotyczą możliwości wykorzystania metod analizy modalnej, a także nowoczesnego pozyskiwania i przetwarzania procesu drganiowego. Do oceny jakości inżynierii produkcji konstrukcji i elementów murowych wykorzystuje się ostatnio wiele różnych estymatorów drganiowych, które stanowią podstawę rozważań tej publikacji.

**Słowa kluczowe:** drgania budowli, miary procesu drganiowego, analiza modalna.

## 1. Wprowadzenie

Badania materiałów i konstrukcji budowlanych prowadzone są w aspekcie oceny ich stanu degradacji, co warunkuje podejmowanie koniecznych często działań zapobiegawczych nieuchronnych uszkodzeń. Konstrukcje budowlane, takie jak: budynki, wysokie maszty, kominy, fundamenty pod maszyny, dachy wspornikowe i inne, są poddawane znacznym obciążeniom dynamicznym, które są dobrze odzwierciedlane w generowanych procesach drganiowych. Drgania te, mogą mieć wpływ na stan użytkowania budowli poprzez zmniejszenie komfortu pracujących tam ludzi, jak też mogą osiągać poziom zagrażający bezpieczeństwu konstrukcji. Obciążenie dynamiczne mogą więc powodować skutki niszczące w budynkach o różnych typach konstrukcji, a także mogą doprowadzać do katastrofального ich zniszczenia [11,15,16,13].

Badania stanu degradacji prowadzi się zarówno w laboratoriach jak i w warunkach eksploatacji, przy czym preferowane są tu nieniszczące metody oceny stanu degradacji. Wymaga to jednak stosowania metodyki poprawnej budowy układu (ustrój i obciążenie), poprawnego prowadzenia samego badania i ostatecznie, odpowiedniej interpretacji uzyskanych wyników. Powyższe warunki łatwiej spełnią budowle w przypadku oddziaływań statycznych, natomiast określenie odpowiedzi obiektów budowlanych przy obciążeniu dynamicznym należy do nowych zagadnień badawczych. Znaczne koszty przeprowadzenia badań (laboratoryjnych) obiektów, w skali naturalnej lub pomniejszonej na tzw. stole wstrząsowym, powodują sporadyczne ich stosowanie. Z kolei badania „in situ”, tj. pomiary odpowiedzi rzeczywistych budynków nie przynoszą informacji o wytrzymałości konstrukcji, ponieważ najczęściej ograniczają się do rejestracji przyspieszeń wywołanych wstrząsami [3,6,8,12,20]. Obecnie alternatywnym (często korzystniejszym) sposobem badań stają się symulacje komputerowe. Wymagają one budowy precyzyjnego przestrzennego modelu geometrycznego budynku oraz przyjęcia odpowiedniego zaawansowanego modelu pod względem obciążenia i materiału. Analizy komputerowe omawianego typu na złożonych, powłokowo-przestrzennych modelach budynków

ścianowych, w zakresie liniowo-sprężystym w Polsce nie są powszechne.

Współczesna dynamika konstrukcji w inżynierii budowlanej wykorzystuje różne nowe narzędzia badawcze z obszaru identyfikacji stanu, takie jak: metoda elementów brzegowych, metoda elementów skończonych i ostatnio metody analizy modalnej, które pozwalają poprzez modelowanie i badania zmian stanu na lepsze zrozumieniu zachowania się złożonych konstrukcji, optymalizację w procesie ich projektowania i ocenę degradacji stanów aktualnych, często niebezpiecznych [15,18].

Uznając potrzebę doskonalenia metod badania jakości murowych konstrukcji budowlanych dla potrzeb oceny ich stanu, jak i oceny współczynników bezpieczeństwa muru (PN-B-03002, pkt.3.1.3 oraz 4.6) rozwijane są badania nieniszczące prowadzone bezpośrednio na obiekcie. Znane są literaturowo metody sklerometryczne (metoda pomiaru odcisku, metoda pomiaru odskoku), metody impulsowe (ultradźwiękowe, młoteczkowe), metody radiologiczne (radiograficzne, radiometryczne), metody elektromagnetyczne (magnetyczna, dielektryczna) oraz metody specjalnych (np. metody elektryczne) [12,15,18,19].

Badania eksploatacyjne całych konstrukcji są mniej popularne, a zatem istnieje potrzeba ciągłego doskonalenia metod badania konstrukcji, szczególnie tych którym towarzyszą duże obciążenia dynamiczne. Analizę własności dynamicznych prowadzi się tu poprzez analityczny opis wielkości charakteryzujących dynamikę układu, albo też metodami eksperymentalnymi prowadzonymi bezpośrednio na obiektach rzeczywistych.

Nowe narzędzia w tym obszarze badań dotyczą możliwości wykorzystania metod analizy modalnej (teoretycznej, eksperymentalnej, eksploatacyjnej), a także nowoczesnego pozyskiwania i przetwarzania procesu drganiowego - do oceny jakości konstrukcji i elementów murowych [3,18,20]. Model modalny opisują częstości drgań własnych, postacie drgań oraz współczynniki tłumienia, zmienne dla różnych chwil czasowych badanego elementu konstrukcji.

Analiza modalna w krajach o wysoko rozwiniętej technologii jest powszechnie stosowana w praktyce jako narzędzie wspomagania procesu projektowania obiektów budowlanych, w których istotnym wskaźnikiem jakości konstrukcji jest jej zachowanie w warunkach dynamicznych. Metody analizy modalnej oparta są na pomiarach sygnału drganiowego, z którego wyznacza się (dla różnych stanów badanych konstrukcji lub elementów murowych) parametry modelu modalnego, o wartościach zmiennych odpowiednio do mierzonego stanu degradacji. Znajomość zagadnień analizy modalnej jest nieodzowna dla inżynierów konstruktorów, jak również inżynierów zajmujących się eksploatacją złożonych obiektów budowlanych. Coraz częściej funkcje te są integrowane w złożonych systemach informatycznych wspomagających procesy badań eksperymentalnych, przetwarzania, wnioskowania i archiwizacji wyników eksperymentu identyfikacyjnego. Zastosowanie nowoczesnych technologii informacyjnych w realizację analizy modalnej powoduje, że otrzymane modele stają się bardziej wiarygodne i mogą być wykorzystywane do rozwiązywania wielu problemów związanych z konstruowaniem złożonych obiektów budowlanych o zadanych własnościach dynamicznych.

## **2. Estymatory procesu drganiowego**

Wszystkie badane sygnały, charakteryzujące procesy wyjściowe z obiektów, można podzielić w ogólny sposób na zdeterminowane i niezdedeterminowane - zwane losowymi lub stochastycznymi. Do zdeterminowanych zaliczamy te, które mogą być opisane za pomocą ścisłych zależności matematycznych. Praktycznie o sposobie opisu (zdeterminowanym lub

losowym charakterze sygnału) można rozstrzygnąć próbując odtworzyć go w danych warunkach. Jeżeli wielokrotne powtarzanie doświadczenia daje jednakowe wyniki (z dokładnością uwzględniającą błąd pomiaru), to sygnał można uważać za zdeterminowany.

Większość sygnałów, z którymi mamy do czynienia w rzeczywistych warunkach eksploatacyjnych obiektów, ma charakter losowy. W praktyce wprowadzono pojęcie estymacji, tj. oceny wartości cechy zmiennej losowej dokonanej na podstawie próby o ograniczonej liczności, a otrzymaną w ten sposób ocenę nazwano **estymatorem**. Każdy estymator może dotyczyć jednego lub wielu procesów zachodzących jednocześnie, co pozwala wyróżniać estymatory własne lub estymatory wzajemne.

Inną właściwością procesów losowych jest ich stacjonarność i ergodyczność [8]. W zastosowaniach praktycznych przyjmujemy, że *sygnały stacjonarne* to takie, których uśrednione cechy są stałe w czasie, czyli stała jest wartość średnia, a funkcja autokorelacji zależy tylko od przesunięcia czasowego. *Ergodyczność* natomiast pozwala nam wyznaczać wszystkie cechy probabilistyczne sygnału losowego, wykorzystując proces uśredniania w czasie jednej tylko realizacji funkcji losowej.

Opis głównych właściwości sygnałów losowych może być prowadzony w dziedzinie amplitud, czasu i częstotliwości, przy czym interesować nas mogą funkcje statystyczne opisujące własności tylko pojedynczego sygnału lub pary sygnałów (miary wzajemne). Przetworzenie podstawowego (rejestrowanego) sygnału drganiowego z postaci amplitudy drgań przebiegu czasowego do wybranych estymatorów procesu drganiowego, wykorzystywanych często już w diagnostyce budowli przedstawiono w postaci matematycznych formuł poniżej.

Podstawowe miary statystyczne pojedynczego sygnału to [12,15]:

- **wartość średnia**  $x_{ave}$ :

$$x_{ave} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1)$$

Estymacja wartości średniej sygnału - wskazuje wartość centrowania informacji. Duże wahania wartości nominalnej wskazują, że system znajduje się w stanie anormalnym. Występujący w zależnościach definicyjnych czas T jest interwałem czasu dynamicznego t, w którym przeprowadzono obserwację zdefiniowanej wielkości.

- **wartość średniokwadratowa**  $A_{RMS(t)}$ :

$$A_{RMS(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2)$$

Elementarne pojęcie o ogólnej intensywności sygnału  $x(t)$  daje wartość średniokwadratowa, czyli po prostu średnia wartość kwadratu tego sygnału;

- **wartość skuteczna**  $x_{RMS}$ :

$$x_{RMS} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (3)$$

- **wartość szczytowa  $x_{\max}$ :**

$$x_{\max} = \max \{x(t)\} \quad (4)$$

Wartość maksymalna serii danych w przedziale obserwacji, może być zdefiniowana jako wartość maksymalna lub wartość minimalna;

- **współczynnik kształtu K:**

$$K = \frac{x_{rms}}{x_{ave}} \quad (5)$$

Wyraża on dyspersję sygnałów, a w obecności wielokrotnych komponentów harmonicznym danej częstotliwości generuje duże odchylenie od wartości średniej, co zmienia jego wartość;

- **współczynnik szczytu C:**

$$C = \frac{x_{\max}}{x_{rms}} \quad (6)$$

Obrazuje związek między wartością szczytową a poziomem globalnym całego pomiaru. Wzrasta, kiedy jest pulsacja od bicia komponentów obrotowych;

- **współczynnik impulsowości I:**

$$I = \frac{x_{\max}}{x_{ave}} \quad (7)$$

Ustala związek między wartością średnią i wartością szczytową sygnału, oddając największą wrażliwość sygnału;

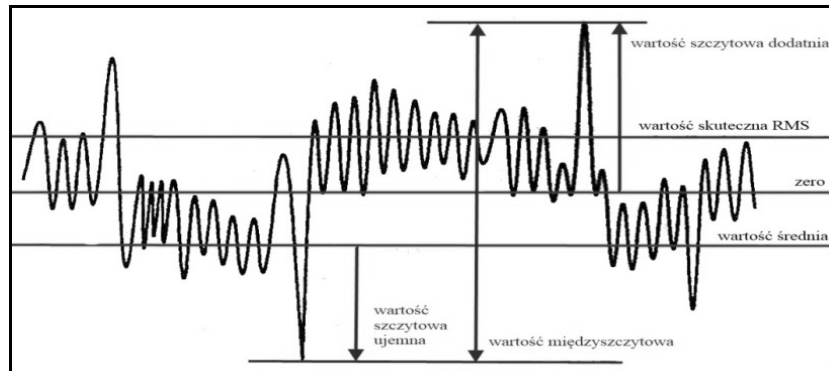
- **współczynnik luzu L:**

$$L = \frac{x_{\max}}{x_p} \quad (8)$$

$$\text{gdzie: } x_p = \left( \sum_{i=1}^N \sqrt{x_i} / N \right)^2 \quad (9)$$

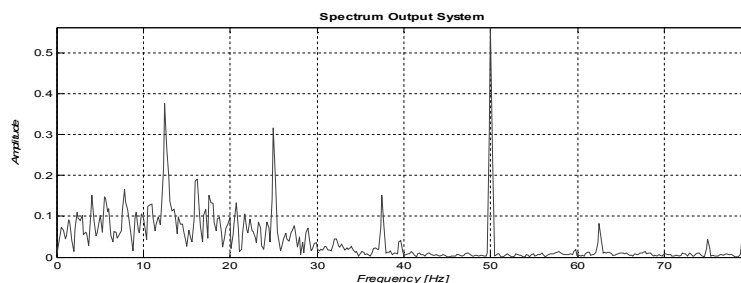
Wzrastanie wartości współczynnika luzu wykazuje akumulację energii lub występuje, kiedy zmienia się dyspersja danych.

Wybrane miary sygnału drganiowego przedstawiono na rys.1. Jeżeli powyższe funkcje po uśrednieniu dla danej chwili  $t$  będą liczbami, to mierzone dla różnych czasów życia obiektu będą przedstawiać zmiany zachodzące w obiekcie, dzięki którym możliwym do wyznaczenia staje się trend zmian danej wielkości.



Rys.1. Wybrane miary amplitudowe sygnału drganiowego

Dla wielu zastosowań praktycznych obiektów estymatory liczbowe amplitudy drgań są dobrymi (ogólnymi) wielkościami diagnostycznymi. Szczegółowa struktura mierzonego sygnału drganiowego zawarta jest w jego rozkładzie częstotliwościowym, a więc w widmie sygnału (charakterystyce amplitudowo – częstotliwościowej). Diagnostowanie stanu degradacji obiektów na podstawie zmian widma w procesie eksploatacji jest bardzo powszechne (rys.2).



Rys.2. Widmo sygnału drganiowego

Na podstawie tych informacji można szczegółowo zaplanować prace konserwacyjne jak i regenerację wybranych elementów budowli, co skutkuje minimalizacją ryzyka zagrożeń oraz wymiernym efektem ekonomicznym dla zakładu.

Innymi statystycznymi estymatorami sygnału drganiowego są:

- **miara asymetrii S:**

$$S = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{ave})^3}{(N - 1)\sigma^3} \quad (10)$$

Miara asymetrii informacji przybliżona do wartości średniej wzrasta, kiedy jest pulsacja od bicia komponentów obrotowych;

- **wariancja  $\sigma_x^2$ :**

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - x_{ave}]^2 dt \quad (11)$$

W niektórych przypadkach wygodnie jest rozpatrywać sygnał diagnostyczny w postaci sumy składowej statycznej, tzn. niezależnej od czasu i składowej dynamicznej lub fluktuacyjnej. Składowa statyczna to wartość średnia sygnału, natomiast składowa dynamiczna to wariancja równa średniemu kwadratowi odchylenia jego wartości od wartości średniej. Wartość bezwzględną pierwiastka kwadratowego z wariancji nazywamy odchyleniem standardowym;

- **odchylenie standardowe  $\sigma$ :**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{x=1}^N [x(t) - x_{ave}]^2} \quad (12)$$

Jest miarą rozproszenia informacji wokół wartości średniej. Im mniejsza wartość odchylenia tym obserwacje są bardziej skupione wokół średniej.

Do innych estymatorów sygnału drganiowego, stosowanych często w procesach diagnostycznych zaliczymy następujące funkcje:

- **funkcja autokorelacji sygnału  $R_{xx}$ :**

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (13)$$

Jest to miara wyznaczająca podobieństwa procesu drganiowego na jednej realizacji w dwóch różnych chwilach czasowych. W zastosowaniach praktycznych czas obserwacji  $T$  dobiera się dostatecznie duży, aby własność estymatora była niezależna od czasu uśredniania. W aspekcie badań diagnostycznych funkcja korelacji daje możliwość wykrycia zmiany stosunku mocy sygnału zdeterminowanego do wartości szumu zakłócającego. Jest zatem miarą funkcyjną uporządkowania chwilowych wartości badanego procesu;

- **funkcja korelacji wzajemnej sygnału  $R_{xy}$ :**

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (14)$$

Jedną z podstawowych metod działania w diagnostyce obiektów jest porównywanie dwóch stanów - badanego i wzorcowego. Można to robić badając oddzielnie estymatory dwóch sygnałów opisujących te stany lub tworząc miary łączne tych sygnałów. Jedną z takich miar łącznych jest funkcja korelacji wzajemnej, opisująca zależność wartości sygnału  $x(t)$  w chwili  $t$  od wartości drugiego sygnału  $y(t)$  w chwili  $t + \tau$ . W zastosowaniach

diagnostycznych bywa wykorzystywana do pomiaru czasu opóźnienia, wyznaczania toru sygnału czy wykrywania sygnałów w szumie i ich odtwarzania;

- **wzajemna gęstość widmowa**  $G_{xy}(f)$ :

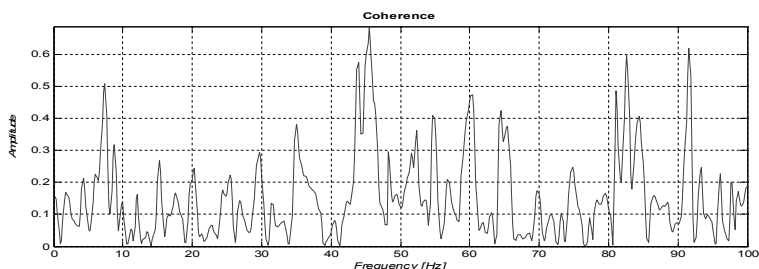
$$G_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (15)$$

Wyznaczanie funkcji wzajemnej gęstości widmowej mocy stosuje się w wielu praktycznych zadaniach. Jednym z nich jest pomiar transmitancji, podstawowej charakterystyki badanych układów fizycznych. Innym przykładem wykorzystania tej miary jest problem liniowej predykcji i filtracji

- **funkcja koherencji zwyczajnej**  $\gamma_{xy}^2(f)$ :

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (16)$$

Miara ta jest „pochodną” gęstości widmowych mocy sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$ . Jest lokalną miarą podobieństwa sygnałów pochodzących z różnych źródeł drgań. W praktycznych działaniach, mierzona w różnych czasach życia obiektu, wykrywa pojawienie się uszkodzenia oraz zmiany transmitancji. Funkcja, która spośród dwóch punktów wyznacza ten, który dostarcza większą ilość informacji o stanie obiektu. Przykładowy przebieg funkcji koherencji przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Funkcja koherencji sygnału

- **częstotliwość Rice’a**  $F_0$ :

$$F_0 = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} G_{uu}(f) f^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} G_{uu}(f) df} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

podaje wartość częstotliwości, która jest najbardziej reprezentatywna w widmie;

- **bispectrum  $B(f_1, f_2)$ :**

$$B(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C(\tau_1, \tau_2) e^{(-2\pi j f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \quad (18)$$

Miara wrażliwa na zmiany poziomu amplitudy procesów spowodowanych przesunięciem kątowym dwóch sygnałów o różnej częstotliwości. Jest to widmo dwuwymiarowe z dwiema niezależnymi częstotliwościami  $f_1, f_2$ . Likwiduje wszystkie zakłócenia dodatkowe w sygnale typu szumu gaussowskiego, gdyż dla procesu normalnego jest ono z definicji zerowe. Jest szczególnie czuła na występowanie częstotliwości harmonicznych w badanym procesie, jak i na zawartości sygnałów modulowanych oraz jest czuła na zmiany fazy składowych.

Aby w badaniach uniezależnić się od amplitudy sygnału wprowadzono normalizację bispectrum, otrzymując tzw. bikoherencję;

- **bikoherencja  $B^2(f_1, f_2)$ :**

$$B^2(f_1, f_2) = \frac{B(f_1, f_2)}{\sqrt{G_{uu}(f_1)G_{uu}(f_2)G_{uu}(f_1 + f_2)}} \quad (19)$$

W zastosowaniach diagnostycznych mierząc bikoherencję można określić stopień odchylenia od okresowości nadzorowanych zjawisk;

- **kurtoza  $\beta_{kurt}$ :**

$$\beta_{kurt} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^4}{X_{RMS}^4} \quad (20)$$

Kurtoza rozkładu prawdopodobieństwa jest miarą która wskazuje, gdzie występuje koncentracja danych rozkładu z odniesieniem do rozkładu normalnego;

- **wavelet  $C(\tau, s)$ :**

$$C(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi_{\tau, s}^*(t) dt \quad (21)$$

Miara pozwalająca obserwować procesy drganiowe równocześnie w dziedzinie częstotliwości i czasu. Przydatna jest do analizy procesów niestacjonarnych obiektów.

### 3. Miary drganiowe stosowane w badaniach degradacji budowli

Dotychczasowe doświadczenia w obszarze badań drganiowych konstrukcji i materiałów budowlanych [1,2,7] wskazują, że często wykorzystywane są do badania degradacji stanu następujące estymatory:

- **POZIOM AMPLITUDY DRGAŃ**

Najczęściej używaną miarą poziomu amplitudy procesu drganiowego jest **wartość skuteczna**  $U_{sk}=U_{RMS}$  zdefiniowana zależnością:



$$U_{sk} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t, \theta) dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

Jest to miara energii sygnału i mierzona dla różnych czasów życia (różnej destrukcji) przedstawia zmiany liczbowe jakości destrukcji badanego materiału. Pomiar skutecznej wartości amplitudy: przemieszczeń, prędkości lub przyspieszeń, dla różnych czasów życia elementów murowych wskazuje na trend zmian danej miary, co można wykorzystać podczas badań destrukcji elementów murowych [3,9,14].

– **FUNKCJA KORELACJI SYGNAŁU DRGANIOWEGO**

Jest estymatorem funkcyjnym sygnału  $u=f, \theta$ , który można uzyskać przez uśrednienie w dziedzinie czasu i badanie wzajemnej współzależności między jego dwoma segmentami opóźnionymi o odcinek czasu  $T$ . Ma ona następującą postać [16,18,19]:

$$R_{uu}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T u(t, \theta) u(t + \tau, \theta) dt \quad (23)$$

W zastosowaniach praktycznych czas obserwacji  $T$  dobiera się dostatecznie duży, tak by własności estymatora korelacji były niezależne od czasu uśredniania  $T$ . Warunkiem koniecznym do uzyskania tej własności jest taki dobór  $T$ , aby czas ten był znacznie większy od czasu korelacji procesu  $\tau_k$ . Zdefiniowana funkcja korelacji może przyjmować wartości z zakresu (-1, 1). Bardzo istotną i dogodną własnością tej estymaty jest jej związek z gęstością widmową mocy (dla eksploatacyjnej analizy modalnej) przez transformacje Fouriera, gdyż:

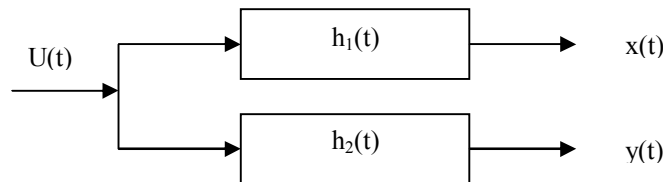
$$R_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{uu}(f) \exp(-2\pi j f \tau) df$$

$$G_{uu}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\tau) \exp(-2\pi j f \tau) d\tau \quad (24)$$

Widać więc, że funkcja korelacji i gęstość widmowa mocy są jakby takim samymi estymatorami badanego procesu, lecz dziedzina ich określenia jest inna. W związku z tym pewne własności procesu mogą być lepiej uchwytne w dziedzinie czasu opóźnienia  $\tau$  niż w dziedzinie częstotliwości  $f$ .

– **FUNKCJA KORELACJI WZAJEMNEJ**

Dla potrzeb badania podobieństwa procesów w dwu punktach materiału i sprawdzenia czy istnieje tylko jedno źródło drgań na rys.4 przedstawiono model przepływu sygnału  $u(t)$  takiego przypadku.



Rys.4. Model przepływu sygnałów do badania podobieństwa procesów  $x(t)$  oraz  $y(t)$

Pierwotny proces drganiowy, który dwiema różnymi drogami przez układy dynamiczne o impulsowej funkcji przejścia  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$  przedostaje się do punktów pomiarowych  $x$  i  $y$

tworząc nowe procesy drganiowe oznaczone  $x(t)$  i  $y(t)$  [6,16,14].

Funkcja korelacji wzajemnej  $R_{xy}(\tau)$ , która w postaci unormowanej powinna być równa jeden, jeśli sygnały  $x(t)$  i  $y(t)$  będą takie same, jest zdefiniowana jako:

$$R_{xy}(\tau) \equiv \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (25)$$

$$-1 \leq Q_{xy}(\tau) \leq 1$$

przy czym:  $R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$ , oraz  $Q_{xy}(0) = 1$ , jeśli  $x(t) \rightarrow y(t)$ .

#### – GĘSTOŚĆ WIDMOWA

Śledząc ewolucję widma drgań konstrukcji (elementu murowego) od momentu uruchomienia do czasu konserwacji lub naprawy w każdym przypadku zauważa się intensywny wzrost amplitudy oddzielnych prążków. Zmienia się również stosunek mocy zawartej w tych prążkach do całkowitej energii procesu. Nasuwa się, więc myśl, aby zastosować do oceny stanu destrukcji taki estymator, który byłby czuły na zawartość składowych harmonicznnych w badanym procesie [7,8].

Jeśli obserwuje się przebiegi sygnałów, które nie są dokładnie okresowe i posiadają charakter losowy, to widmo amplitudowe (amplituda w funkcji czasu) traci sens fizyczny i powinno się zastosować widmową gęstość mocy sygnału, którą można przedstawić następująco:

$$G_{uu}(f, \theta) \equiv \frac{1}{T} |U(f, \theta)|^2 \quad (26)$$

gdzie:  $U(f, \theta) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} u(t, \theta) \exp(-2\pi jft) dt, = \sqrt{-1}$ ; tzn.  $u(t, \theta) \leftrightarrow U(f, \theta)$

Istnieje wiele sposobów realizacji pomiarowej tego estymatora, od prostej filtracji analogowej począwszy, aż do zaawansowanych metod obróbki cyfrowej z szybką transformacją Fouriera FFT (Fast Fourier Transformation). Do celów prostych zastosowań oceny drganiowej, analiza za pomocą przestrajalnego filtru jest zupełnie wystarczająca.

#### – TRANSMITANCJA

Właściwości dynamiczne układów liniowych o stałych parametrach można scharakteryzować za pomocą *funkcji przejścia* definiowanej w dziedzinie czasu albo za pomocą *transmitancji* definiowanej w dziedzinie częstotliwości. Miary te w pełni charakteryzują dynamiczne zachowanie się obiektu (układów liniowych, dla których jest spełniona zasada superpozycji) i są definiowane jako stosunek sygnału wyjściowego do sygnału wejściowego [6,7].

Transformacja wejścia na wyjście w dziedzinie czasu może być zapisana jako:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (27)$$

gdzie:  $y(t)$ ,  $x(t)$  - sygnały wyjściowy i wejściowy;  $h(t)$  - impulsowa funkcja przejścia.

*Impulsowa funkcja przejścia* została zdefiniowana jako odpowiedź układu na wymuszenie w postaci impulsu Diraca:

$$y(t) = \int_{0\infty} h(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = h(t) \quad (28)$$

Transmitancja jako charakterystyka częstotliwościowa jest zdefiniowana jako:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \quad (29)$$

gdzie:  $Y(j\omega)$ - transformata Fouriera sygnału wyjściowego;  $X(j\omega)$ - transformata sygnału wejściowego.

Charakterystyka częstotliwościowa (transmitancja) jest wielkością zespoloną. Ma część rzeczywistą i część urojoną:

$$H(j\omega) = \text{Re}\{H(j\omega)\} + \text{Im}\{j\omega\} \quad (30)$$

Transmitancja  $H(j\omega)$  i odpowiedź impulsowa  $h(t)$  są związane jednoznacznie zależnością:

$$H(j\omega) = \int_0^{\infty} h(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (31)$$

Transmitancja niesie wiele informacji o zachowaniu się układu pod obciążeniem. Podczas badania elementów murowych za pomocą transmitancji oceniane są zmiany sztywności (część rzeczywista) oraz tłumienia (część urojona) oddające zmiany destrukcji badanych materiałów pod różnym obciążeniem.

– **FUNKCJA KOHERENCJI**

Miarą spójności dwu procesów drganiowych  $x(t)$  i  $y(t)$  jest funkcja koherencji zdefiniowana następująco [12,14,15]:

$$\gamma_{xy}^2(f) \equiv \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (32)$$

Obliczając gęstości widmowe procesu źródłowego  $u(t)$  i znanych transmitancji  $H_1(f)$ ,  $H_2(f)$ , mamy:

$$\begin{aligned} G_{xy}(f) &= H_1(f)H_2^*(f)G_{uu}(f) \\ G_{xx}(f) &= [H_1(f)]^2 G_{uu}(f) \\ G_{yy}(f) &= [H_2(f)]^2 G_{uu}(f) \end{aligned} \quad (33)$$

Stąd otrzymuje się:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|H_1(f)H_2(f)|^2 G_{uu}^2(f)}{|H_1(f)|^2 G_{uu}(f)|H_2(f)|^2 G_{uu}(f)} = 1 \quad (34)$$

Niezależnie od charakteru transmitancji dróg przejścia funkcja koherencji przyjmuje zawsze wartość 1, jeżeli tylko sygnały  $x(t)$  i  $y(t)$  pochodzą z tego samego źródła. Dla większej liczby źródeł niż jedno funkcja koherencji będąca nieujemną jest zawsze mniejsza od jedności [0-1]. Funkcja koherencji jako miara spójności dwu sygnałów ma dobre własności diagnostyczne, gdyż pojawienie się sygnału nowego uszkodzenia narusza spójność poprzednich, przez co funkcja koherencji maleje.

– **FRF - WIDMOWA FUNKCJA PRZEJŚCIA**

Jest to funkcja częstotliwości opisująca relacje między siłą wymuszenia  $F(t)$  a przyspieszeniem drgań  $a(t)$  jako sygnałem odpowiedzi, mierzone w dwóch punktach badanego układu. Widmową funkcję przejścia (**FRF - Frequency Response Function**)

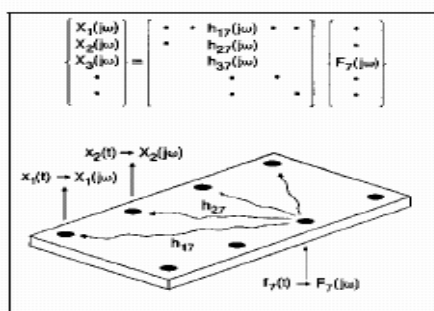
można opisać jako iloraz wartości transformaty Fouriera siły wymuszającej drgania  $F(\omega)$  przez transformatę Fouriera sygnału odpowiedzi  $A(\omega)$ .

$$FRF = \frac{\sum F(\omega)}{\sum A(\omega)} \quad (35)$$

Funkcja  $FRF$  jako główna miara eksperymentalnej analizy modalnej jest inwersją zdefiniowanej już wcześniej transmitancji  $H(f)$  i jest określana jako część rzeczywista i urojona. Sposób jej wyznaczania na rzeczywistych obiektach pokazano na rys.5.

Funkcja  $FRF$  jest zespoloną funkcją częstości, której moduł przedstawia charakterystykę amplitudowo - częstościową, natomiast argument jest kątem przesunięcia fazowego między siłą wymuszającą a odpowiedzią [7,13,17].

Ze względu na możliwość stosowania wymuszenia kinematycznego lub siłowego wprowadzono różne charakterystyki w zależności od natury fizycznej procesów wejściowych i wyjściowych, wyróżniając: podatność dynamiczną, mobilność, inertancję, sztywność dynamiczną, impedancję i masę dynamiczną [8,14].

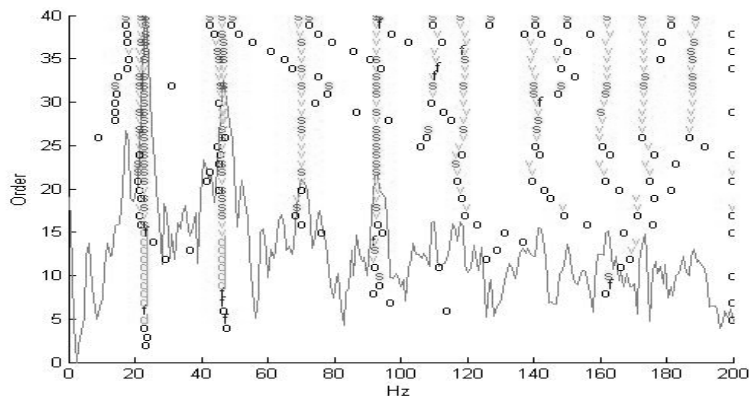


Rys.5. Badania  $FRF$  na obiekcie

### – CZĘSTOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH

Częstości drgań własnych wyznaczane są w eksperymentach modalnych, których celem jest wymuszenie ruchu badanego układu oraz pomiar jego odpowiedzi. Na podstawie zmierzonych wielkości wyznaczane są charakterystyki dynamiczne: częstości drgań własnych i postacie drgań. Dla układów liniowych, gdzie liczba stopni swobody pokrywa się z liczbą częstości drgań własnych estymatory modalne wyznacza się na podstawie przebiegu odpowiedzi impulsowej lub jednej charakterystyki częstościowej [59].

Charakterystyczną cechą mierzonych charakterystyk jest to, że częstość dla której występuje maksimum ( $\varpi = \sqrt{k/m}$ ) jest częstością własną. Liczbę istotnych częstości własnych badanego układu wyznacza się z diagramów stabilizacyjnych uzyskiwanych w specjalnych procedurach numerycznych (rys.6).



Rys.6. Wyznaczanie częstości drgań własnych z diagramu stabilizacji  
( $\omega_1=23\text{Hz}$ ,  $\omega_2=47\text{Hz}$ ,  $\omega_3=93\text{Hz}$ )

Pomiary drgań wraz z ich interpretacją fizyczną stanowią bazę pozyskiwanej informacji w badaniu destrukcji wybranych konstrukcji budowlanych lub ich elementów murowych.

#### 4. Podsumowanie

Treści przedstawionego opracowania zawierają wyniki badań przydatności estymatorów drganiowych w różnych formach zastosowań metod analizy modalnej w inżynierii budownictwa. Założeniem głównym zrealizowanych badań rozpoznawczych, wstępnych i przemysłowych było przedstawienie możliwości wykorzystania w praktyce analizy modalnej i związanych z nią estymatorów drganiowych - jako narzędzi do rozwiązywania wielu podstawowych problemów związanych ze stanem degradacji i dynamiką elementów murowych i konstrukcji budowlanych.

Zagadnienia te wskazują na ważną rolę drgań w budownictwie, ukazując jednocześnie na potrzebę podjęcia tej problematyki w obszarze badań destrukcji istniejących konstrukcji. Podane skrótowo elementy teorii drgań nakierowanej na możliwości ich wykorzystania w budownictwie wprowadzają w problematykę modelowania stanu dynamicznego konstrukcji, przypadków zastosowań metod analizy modalnej oraz zasad ich wykorzystania. Pokazane wybrane sposoby pozyskiwania informacji o stanie materiałów budowlanych, zaproponowany model przejścia sygnału drganiowego opierają się na analizie procesów drganiowych i z tym związanych metod badania wrażliwości symptomów oraz przydatności diagnostycznej różnych estymatorów drganiowych do oceny stopnia zużycia materiałów budowlanych i konstrukcji.

Identyfikacja w konstrukcjach budowlanych staje się metodą oceny zmian stanu eksploatacyjnego konstrukcji, a metody analizy modalnej i związanych z nią estymatorów drganiowych dobrze odzwierciedlają degradację elementów i segmentów murowych.

#### Literatura

1. Tylicki H., Żółtowski B.: Rozpoznawanie stanu maszyn. ITE - PIB, Radom 2010.
2. Tylicki H., Żółtowski B.: Genezowanie stanu maszyn. ITE-PIB Radom 2012.
3. Żółtowski B., Cempel C. (red.): Inżynieria diagnostyki maszyn. ITE Radom, 2004.

4. Żółtowski B., Niziński S.: Modelowanie procesów eksploatacji. ITE, Radom 2010.
5. Żółtowski B., Kwiatkowski K.: Zagrożone środowisko. Wyd. UTP, Bydgoszcz 2012.
6. Żółtowski B., Łukasiewicz M.: Diagnostyka drganiowa maszyn. ITE-PIB, Radom 2012.
7. Żółtowski B., Landowski B., Przybyliński B.: Projektowanie eksploatacji maszyn. UTP, Bydgoszcz 2012.
8. Żółtowski B., Łukasiewicz M., Kałaczyński T.: Techniki informatyczne w badaniach stanu maszyn. Wyd. UTP, Bydgoszcz 2012.
9. Żółtowski B.: Metody inżynierii wirtualnej w badaniach stanu, zagrożeń bezpieczeństwa i środowiska eksploatowanych maszyn. Wyd. UTP, Bydgoszcz 2012.
10. Żółtowski M., Orłowicz R.: Wybrane zagadnienia izolacyjności akustycznej stropów drewnianych. Budownictwo Ogólne, ZN ATR, Bydgoszcz 2005, s.367-374.
11. Żółtowski M.: Identyfikacja zagrożeń drganiowych obiektów budowlanych. Budownictwo Ogólne, ZN ATR, Bydgoszcz 2005, s.375-382.
12. Żółtowski M.: Pomiar własności akustycznych materiałów. DIAGNOSTYKA, PTDT, Polska Akademia Nauk, vol.33, 2005 s.168-172.
13. Żółtowski M.: Badania destrukcji wybranych materiałów. Materiały konferencji, REGENERACJA '06. Bydgoszcz 2006.
14. Żółtowski M.: Selection information on identification the state machine. UWM, Acta Academia 310, Olsztyn 2007.
15. Żółtowski M.: Diagnostowanie elementów murowych za pomocą analizy modalnej. Rozprawa doktorska, PS, Szczecin 2009.
16. Żółtowski M.: Komputerowe wspomaganie zarządzania systemem eksploatacji w przedsiębiorstwie produkcyjnym. Zintegrowane zarządzanie. Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole t. 2. 2011. s. 243-257.
17. Żółtowski M.: Badania materiałów budowlanych w aspekcie bezpieczeństwa konstrukcji. Materiały konferencyjne. Częstochowa 2010.
18. Żółtowski M.: Analiza modalna w badaniu materiałów budowlanych. ITE - PIB, Radom 2011s.167.
19. Żółtowski M.: Operacyjna analiza modalna w badaniach konstrukcji budowlanych. WU UTP, Bydgoszcz 2012 s.210.
20. Żółtowski M.: Informatyczne systemy zarządzania w inżynierii produkcji. ITE - PIB, Radom 2011.

Dr inż. Mariusz ŻÓŁTOWSKI  
 Prof. dr hab. inż. Bogdan ŻÓŁTOWSKI  
 WIM – WZ UTP Bydgoszcz  
 e-mail: mariusz.zoltowski@utp.edu.pl  
 bogzol@utp.edu.pl