

# PROCEDURY GENEROWANIA HARMONOGRAMU DLA PROBLEMU MAKSYMALIZACJI ZDYSKONTOWANYCH PRZEPLYWÓW PIENIĘŻNYCH DLA PROJEKTU ROZLICZANEGO ETAPOWO <sup>1</sup>

Marcin KLIMEK, Piotr ŁEBKOWSKI

**Streszczenie:** Harmonogramowanie projektu z maksymalizacją zdyskontowanych przepływów pieniężnych jest ważnym zagadnieniem często podejmowanym w badaniach. W artykule sformułowane jest zagadnienie optymalizacji przepływów pieniężnych dla projektu rozliczanego etapowo (z kamieniami milowymi). Przedstawione są znane schematy generowania uszeregowień – dekodowania rozwiązań z listy priorytetowej lub z listy czynności, dla problemów harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami. Zaproponowane są też nowe procedury dekodujące dostosowane do harmonogramowania projektu z kamieniami milowymi. Działanie opisanych procedur zilustrowane jest dla przykładowego projektu.

**Słowa kluczowe:** harmonogramowanie projektu z ograniczoną dostępnością zasobów, wartość bieżąca netto, zdyskontowane przepływy pieniężne, procedury generowania harmonogramu

## 1. Wprowadzenie

Konstruowanie harmonogramu projektu z ograniczeniami kolejnościowymi i zasobowymi jest ważnym zagadnieniem praktycznym wykorzystywanym w wielu przedsiębiorstwach realizujących m.in. zlecenia konstrukcyjne, budowlane, produkcję na zlecenie (ang. *make-to-order*).

Badania z harmonogramowania projektu stosują różne modele optymalizacyjne w zależności od m. in. sposobu realizacji czynności, typu wykorzystywanych zasobów, rodzaju zależności kolejnościowych, stosowanego kryterium optymalizacyjnego. Dla problemu harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami *RCPSP* (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*) jako kryteria optymalizacyjne rozpatrywane są przede wszystkim: minimalizacja czasu trwania (ang. *makespan*), maksymalizacja *NPV* (*NPV* – ang. *Net Present Value*) [9] – sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych *RCPSPCF* (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows*). Przegląd stosowanych modeli i stosowanych kryteriów optymalizacyjnych dla problemu harmonogramowania projektu można znaleźć w pracach przeglądowych [1-2,7,14].

Uwzględnianie zdyskontowanych przepływów pieniężnych jest szczególnie istotne w przypadku projektów długotrwałych, w których zmiany wartości pieniądza są istotne. Do takich przedsięwzięć realizowanych w długim czasie należą projekty informatyczne, budowlane, konstrukcyjne.

---

<sup>1</sup> Praca finansowana przez Narodowe Centrum Nauki (nr projektu: N N519 645940)

Wartość bieżąca netto  $NPV$  jest najczęściej spotykanym kryterium oceny uwzględniającym aspekty ekonomiczne w harmonogramowaniu projektu. Opis podejść, modeli, algorytmów stosowanych dla problemu harmonogramowania projektu, uwzględniających kryteria ekonomiczne i przepływy pieniężne, można znaleźć w pracach badawczych [1-3,7-8,14].

W niniejszym artykule przedstawiony jest model harmonogramowania projektu rozliczanego etapowo (ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi) z kryterium optymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych. Dla tego modelu zaproponowane są zmodyfikowane procedury generujące rozwiązanie uwzględniające umowne etapy projektu. Działanie tych procedur zilustrowane jest dla przykładowego projektu.

## 2. Sformułowanie problemu

Projekt (przedsięwzięcie) to unikalny zbiór współzależnych czynności (zadań) wykonywany za pomocą dostępnych zasobów (pracowników, maszyn, materiałów) dla osiągnięcia określonych celów. Czynności są niepodzielne i istnieje jeden sposób ich realizacji (ang. *single-mode RCPSP*).

Do reprezentacji problemu harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami *RCPSP* wykorzystuje się grafy. Projekt można przedstawić jako graf (sieć) z czynnościami na węzłach *AON* (ang. *Activity On Node*) lub z czynnościami na łukach *AOA* (ang. *Activity On Arc*). W tej pracy projekt prezentowany jest jako sieć *AON*, będąca acyklicznym, spójnym, prostym grafem skierowanym  $G(V, E)$ , gdzie  $V$  to zbiór węzłów (zadań, czynności) natomiast  $E$  to zbiór łuków opisujących relacje kolejnościowe między zadaniami. W zbiorze  $V$  jest  $n+2$  węzłów (zadań). Węzły są ponumerowane od 0 do  $n+1$  przy zachowaniu porządku topologicznego, tzn. poprzedniki mają zawsze niższe numery od następników. Węzły 0 i  $n+1$  nie są rzeczywistymi czynnościami, przedstawiają jedynie początek i koniec grafu  $G(V, E)$ .

Zadania powiązane są wzajemnymi relacjami kolejnościowymi typu koniec-początek bez zwłoki, tzn. zadanie (następnik) może się rozpocząć bezzwłocznie dopiero po zakończeniu zadania go poprzedzającego (patrz wzór 1). Do realizacji czynności wykorzystywane są ograniczone zasoby odnawialne, których liczba jest stała w czasie. W każdej chwili  $t$  liczba zaangażowanych zasobów w realizację zadań nie może przekraczać liczby dostępnych zasobów wynoszących  $a_k$  (patrz wzór 2) dla każdego z typu zasobów  $k = 1, \dots, K$  ( $K$  to liczba typów zasobów).

$$ST_i + d_i \leq ST_j \quad \forall (i, j) \in E \quad (1)$$

$$\sum_{i \in A(t)} r_{ik} \leq a_k \quad \forall t, \forall k \quad (2)$$

gdzie:  $ST_i$  – czas rozpoczęcia zadania  $i$ ,  
 $d_i$  – czas realizacji zadania  $i$ ,  
 $r_{ik}$  – zapotrzebowanie czynności  $i$  na zasób typu  $k$ ,  
 $A(t)$  – zbiór zadań wykonywanych w przedziale czasu  $[t-1, t]$ ,  
 $a_k$  – liczba dostępnych zasobów typu  $k$ .

Rozwiązaniem problemu *RCPSP* jest znalezienie czasów rozpoczęcia czynności  $ST_1, \dots, ST_{n+1}$  uwzględniając kryteria oceny takie jak: minimalizacja czasu trwania projektu (*makespan*), maksymalizacja sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych. W tej pracy analizowany jest problem optymalizacji przepływów pieniężnych dla autorskiego modelu z kamieniami milowymi, w którym projekt jest rozliczany etapowo, ze zdefiniowanymi karami umownymi za nieterminową realizację etapów projektu.

W praktyce często występuje etapowe rozliczanie projektu (z kamieniami milowymi), gdyż rozliczanie przedsięwzięć dopiero po ich zakończeniu nie zawsze jest korzystne zarówno dla klienta (zleceniodawcy) jak i wykonawcy. Korzyści dla wykonawcy to możliwość uzyskiwania wcześniej środków finansowych (płatności od klienta) za wykonane prace, które mogą być przeznaczane na wykonywanie kolejnych zadań, zakup niezbędnych materiałów itp. bez konieczności samofinansowania lub kredytowania działalności. Dla klienta nie jest opłacalne wykonywanie wcześniejszych wpłat. Jego korzyści z etapowego rozliczania prac to przede wszystkim możliwość kontrolowania przebiegu projektu podczas jego trwania oraz dodatkowe zabezpieczenie jego interesów przez wprowadzenie systemu kar umownych. Kary umowne za opóźnienia w realizacji etapu projektu to kwoty uszczuplające płatności klienta za ten etap.

Kamienie milowe (i terminy ich realizacji) ustalane są przez zleceniodawcę i wykonawcę w drodze negocjacji przed rozpoczęciem projektu i powinny być uwzględnione przy jego planowaniu.

Etapy projektu mogą być definiowane [4] przez określenie nieprzekraczalnych terminów zakończenia wszystkich zadań  $\delta_i$ , terminów wynikających z przynależności zadania do danego etapu projektu (patrz wzór 3). Dany kamień milowy tworzą czynności o identycznym terminie realizacji. Jeśli  $M_j$  to zbiór zadań bezpośrednio związanych z  $j$ -tym etapem projektu, to zbiór ten zawiera wszystkie zadania o takim samym nieprzekraczalnym terminie zakończenia  $tm_j$  (patrz wzór 4).

$$FT_i \leq \delta_i \quad (3)$$

$$M_j = \{i : \delta_i = tm_j, i \in V\} \quad (4)$$

$$tm_j < tm_{j+1}, j \in \langle 1, m \rangle \quad (5)$$

gdzie:  $FT_i$  – czas zakończenia zadania  $i$ ,

$\delta_i$  – nieprzekraczalny termin zakończenia czynności  $i$ ,

$m$  – liczba umownych etapów projektu,

$tm_j$  – nieprzekraczalny termin realizacji  $j$ -tego etapu projektu.

Przy przyjęciu do harmonogramu prac projektowych tak zdefiniowanych kamieni milowych przedsięwzięcia (patrz wzory 3-5) możliwe jest wprowadzenie etapowego finansowego rozliczania przedsięwzięcia. Proponowana jest przez autorów funkcja celu  $F$  (patrz wzór 6) uwzględniająca etapy projektu, maksymalizująca sumę zdyskontowanych przepływów pieniężnych  $NPV$  z punktu widzenia wykonawcy [5]. W analizowanym zagadnieniu wszystkie przepływy pieniężne związane z projektem są dyskontowane oddzielnie dla każdego okresu płatności, przy przyjętym poziomie stopy dyskontowej  $\alpha$ . Jeśli projekt jest krótkotrwały i/lub zmiana wartości pieniądza w czasie jest nieistotna, należy przyjąć stopę dyskontową  $\alpha = 0$ .

$$MAX \quad F = \sum_{i=1}^n \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{j=1}^m \frac{CFM_j}{(1+\alpha)^{MT_j}} \quad (6)$$

$$CFM_j = PM_j - CM_j \cdot \max(MT_j - tm_j, 0) \quad (7)$$

gdzie:  $MT_j$  – termin realizacji  $j$ -tego etapu projektu w analizowanym uszeregowaniu,  
 $CFA_i$  – koszty (wydatki) wykonawcy związane z realizacją czynności  $i$ ,  
 $CFM_j$  – płatność klienta na rzecz wykonawcy za wykonanie  $j$ -tego etapu projektu,  
 $PM_j$  – umowna kwota płatności za wykonanie  $j$ -tego etapu projektu.  
 $CM_j$  – jednostkowy koszt opóźnień za nieterminowość wykonania  $j$ -tego etapu projektu.

Z punktu widzenia wykonawcy wpływy (*cash inflows*) to wpłaty klienta za realizację etapów projektu  $CFM_j$ , natomiast wydatki (*cash outflows*) to płatności związane z wykonaniem czynności  $CFA_i$ . Wydatki  $CFA_i$  (tj. koszty wykorzystania zasobów i materiałów w realizację czynności  $i$ ) ponosi wykonawca w terminie planowanego w harmonogramie bazowym czasu rozpoczęcia zadań. Są to np. środki finansowe przeznaczane np. na zakup materiałów i ich transport itp. potrzebnych do wykonywania danej czynności.

Transfery gotówkowe  $CFM_j$  (patrz wzór 7) to wpłaty zleceniodawcy wykonywane na rzecz wykonawcy za realizację  $j$ -tego kamienia milowego. Klient płaci po wykonaniu etapu przedsięwzięcia umowne kwoty  $PM_j$  ustalone przed wykonaniem projektu. Ewentualne nieterminowe zakończenie kamienia milowego  $j$  generuje koszty (kary umowne wyliczane na podstawie jednostkowego kosztu opóźnień  $CM_j$ ), zmniejszające przepływy pieniężne związane z tym kamieniem milowym.

Dla uproszczenia obliczeń przyjęto, że płatności  $CFM_j$  wykonywane są dokładnie w terminie zakończenia etapów przedsięwzięcia (ukończenia zadań z nim związanych). Nie jest analizowany problem ewentualnych opóźnień w płatnościach zleceniodawcy. Opóźnienia te są niezależne od wykonawcy a rozważane jest zagadnienie optymalizacji prac i przepływów pieniężnych zależnych od wykonawcy.

### 3. Reprezentacje problemu. Procedury dekodujące.

Rozwiązaniem problemu harmonogramowania, reprezentacją bezpośrednią problemu, jest najczęściej wektor czasów rozpoczęcia lub zakończenia zadań. Reprezentacja bezpośrednia nie jest jednak często stosowana m.in. ze względu na małą skuteczność technik przeglądania przestrzeni potencjalnych rozwiązań. W większości badań z harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów stosowane są m. in. [7]:

- reprezentacja permutacyjna – rozwiązanie jest tzw. listą czynności (ang. *activity list*) czyli ciągiem numerów kolejnych zadań, w którym uwzględnione są ograniczenia kolejnościowe tzn. zadanie nie może znajdować się na liście czynności wcześniej niż jego poprzednik,
- reprezentacja reguł priorytetu – rozwiązanie jest listą priorytetową (ang. *priority list*), w której każdej kolejnej czynności przypisana jest reguła priorytetu,
- reprezentacja wektora opóźnień – rozwiązanie to wektor opóźnień (ang. *shift vector*) poszczególnych zadań względem najwcześniejszego możliwego ich czasu

rozpoczęcia, te opóźnienia to przesunięcia czynności w czasie w prawo na wykresie Gantt'a.

Najskuteczniejsze i najczęściej wykorzystywane w algorytmach metaheurystycznych jest kodowanie rozwiązania *RCPSP* za pomocą listy czynności w reprezentacji permutacyjnej. Dodatkowo dla tej reprezentacji opracowanych jest wiele efektywnych technik przeglądania sąsiedztwa [7].

Dla reprezentacji permutacyjnej (reprezentacji reguł priorytetu) konieczne jest przekształcanie listy czynności (listy priorytetowej) w reprezentację bezpośrednią, czyli w wektor czasów rozpoczęcia poszczególnych zadań. W tym celu stosowane są procedury przekształcające (dekodujące) tzw. schematy generowania harmonogramu *SGS* (ang. *Schedule Generation Scheme*). Procedury *SGS* zamieniają listę kolejnych zadań w harmonogram w reprezentacji bezpośredniej uwzględniający ograniczenia kolejnościowe i zasobowe. Dla deterministycznego problemu harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami opracowane są m.in. [6]:

- szeregowa procedura *SGS* (ang. *serial SGS*) – schemat generowania uszeregowania określający w kolejnych krokach czas rozpoczęcia dla pierwszego nieuszeregowanego zadania z listy czynności, w najwcześniejszym możliwym terminie przy uwzględnieniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych,
- równoległa procedura *SGS* (ang. *parallel SGS*) – schemat generowania uszeregowania określający czasy rozpoczęcia wszystkich nieuszeregowanych czynności (rozpatrywanych w kolejności wynikającej z listy czynności) w kolejnych momentach czasowych  $t$ , które mogą być rozpoczęte w momencie  $t$  przy uwzględnieniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych.

Procedury generowania harmonogramu (równoległa i szeregowa) tworzą uszeregowanie dopuszczalne, wykonalne (ang. *feasible schedule*), respektujące ograniczenia kolejnościowe i zasobowe. Procedura szeregowa generuje harmonogram aktywny (ang. *active schedule*), w którym czynności rozpoczynane są w najwcześniejszych możliwych terminach i nie ma możliwości ich wcześniejszego rozpoczęcia bez naruszenia ograniczeń kolejnościowych i zasobowych. Procedura równoległa tworzy harmonogram bez opóźnień (ang. *nondelay schedule*) będący harmonogramem aktywnym, w którym zasoby, w dowolnym momencie czasu, są w pełni wykorzystane tzn. zasób nigdy nie pozostaje wolny, gdy można go użyć do rozpoczęcia jakiejś czynności.

Rozwiązanie wygenerowane z zastosowaniem równoległego lub szeregowego schematu *SGS* nie zawsze jest odpowiednim dla zagadnienia maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych. W optymalnym rozwiązaniu dla tego zagadnienia zadania z przypisanymi dodatnimi przepływami pieniężnymi (ang. *positive cash flow*) są planowane jak najwcześniej a zadania z przypisanymi ujemnymi przepływami pieniężnymi (ang. *negative cash flow*) jak najpóźniej. W uszeregowaniach ustalonych procedurą dekodującą równoległą lub szeregową zadania rozpoczynane są bez przesunięć prawostronnych (nie są opóźniane w czasie). W związku z tym często nie posiadają najwyższego *NPV* dla projektów, w których zadaniom przypisane są ujemne przepływy pieniężne (wydatki na zakup, dostawę materiałów itp.).

Procedury dekodujące odpowiednie dla zagadnienia maksymalizacji *NPV* łączą techniki generowania harmonogramowania wstecz i wprzód [7]. Harmonogramowanie wprzód (ang. *forward scheduling*) to szeregowanie zadań w najwcześniejszych terminach, w których mogą się zacząć, przy spełnieniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych. Harmonogramowanie wstecz (ang. *backward scheduling*) to szeregowanie zadań rozpoczynając od terminu pożądanego zakończenia przedsięwzięcia. Harmonogram wstecz

można tworzyć za pomocą przekształconych, wstecznych procedur *SGS* budujących rozwiązanie zaczynając od zadanego terminu realizacji projektu (od czynności kończących projekt). Tworzone jest rozwiązanie z zadaniami rozpoczynanymi możliwie najpóźniej zgodnie z zasadą *ALAP* (ang. *As Late As Possible*), przy dochowaniu zadanego terminu zakończenia projektu.

Rozwiązanie ustalone podczas harmonogramowania wstecz może nie być odpowiednie dla projektów, w których zadaniom przypisane są dodatnie przepływy pieniężne i/lub dla których wcześniejsze ukończenie niektórych zadań zwiększa *NPV* przedsięwzięcia. Dla problemu maksymalizacji *NPV* z zadaniami o ujemnych i dodatnich przepływach pieniężnych zaproponowana jest dwukierunkowa, wykorzystująca zarówno harmonogramowanie wprzód, jak i wstecz, procedura generująca harmonogram (ang. *bidirectional SGS*) [10]. Procedura ta działa następująco: w kolejnych iteracjach wszystkie nieuszeregowane czynności, rozpatrywane w kolejności ustalonej na podstawie zastosowanej reguły priorytetowej, które mogą być już zaplanowane (wprzód lub wstecz) bez naruszenia ograniczeń (ang. *eligible activities*) wstawiane są w najwcześniejszym (harmonogramowanie wprzód) lub w najpóźniejszym możliwym terminie rozpoczęcia (harmonogramowanie wstecz). W ten sposób na podstawie wartości priorytetu tworzony jest częściowy harmonogram. Zadanie jest dostępne do harmonogramowania wprzód, jeśli jego wszystkie poprzedniki są już umieszczone w harmonogramie częściowym. Z kolei zadanie jest dostępne do harmonogramowania wstecz, jeśli jego wszystkie następniki są już umieszczone w rozwiązaniu częściowym. Celem dwukierunkowej procedury dekodującej jest przypisanie zadaniom z dodatnimi przepływami pieniężnymi jak najwcześniejszych terminów rozpoczęcia a zadaniom z ujemnymi przepływami jak najpóźniejszych terminów.

Poza użyciem przekształconych procedur dekodujących zwiększenie *NPV* może być osiągnięte przez zastosowanie procedur poprawiających harmonogram w wyniku przesunięcia w prawo czynności o sumarycznych ujemnych przepływach pieniężnych (dla harmonogramów ustalonych metodą harmonogramowania wprzód) i/lub w lewo zadań o dodatnich przepływach pieniężnych (dla harmonogramów ustalonych metodą harmonogramowania wstecz) [10,12-13]. Opracowana jest m.in. też iteracyjna procedura [11] harmonogramowania wprzód/wstecz równocześnie minimalizująca czas trwania projektu i maksymalizująca jego *NPV*. Analizowane są rozwiązania z różnymi przesunięciami w czasie czynności i sprawdzany jest wpływ tych przesunięć na sumę zdyskontowanych przepływów pieniężnych, w celu znalezienia rozwiązania o największej wartości *NPV*. Tworzone są także algorytmy wyszukujące zbiory zadań, których przesunięcie może zwiększyć *NPV* [12].

Należy zauważyć, że dla analizowanego w pracy problemu maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych z funkcją celu  $F$  (patrz wzór 6) wskazane jest wcześniejsze, niż w umownych terminach, kończenie kamieni milowych. Przyspieszenie prac prowadzi do wcześniejszych płatności klienta co może zwiększyć *NPV*, mimo wcześniejszych wydatków wykonawcy na realizację zadań.

W optymalnym uszeregowaniu dla analizowanego w pracy zagadnienia z funkcją celu  $F$  (patrz wzór 6) dodatnie przepływy pieniężne (płatności klienta za wykonanie etapów projektu) powinny być zaplanowane jak najwcześniej a ujemne przepływy pieniężne (wydatki wykonawcy związane z rozpoczynaniem zadań) jak najpóźniej.

Wpłaty klienta są wykonywane bezpośrednio po zakończeniu danego etapu przedsięwzięcia, natomiast wydatki są ponoszone w momencie rozpoczynania czynności. W związku z tym, że z wszystkimi zadaniami związane są wydatki (ujemne przepływy pieniężne) korzystne może być ich rozpoczynanie możliwie najpóźniej, zgodnie z zasadą

*ALAP*, przy uwzględnieniu nie tylko umownego terminu zakończenia przedsięwzięcia, ale również terminów wykonania jego etapów. Opóźnianie w czasie wydatków związanych z realizacją zadań jest opłacalne dla wykonawcy. Z drugiej strony opóźnianie wykonywania zadań może prowadzić do przesuniętej w czasie realizacji kamieni milowych co wiąże się z późniejszymi płatnościami klienta za zrealizowane etapy przedsięwzięcia. Przy ustalaniu odpowiedniego harmonogramu prowadzona jest zatem ocena bilansu strat z późniejszych wpłat za zrealizowane etapy projektu i korzyści z odroczonej wydatków na rozpoczęcie zadań. Zawsze korzystne jest odroczenie w czasie tych zadań (z przypisanymi ujemnymi przepływami pieniężnymi), których późniejsze rozpoczęcie nie prowadzi do opóźnienia w realizacji któregoś z kamieni milowych.

Procedura *SGS* odpowiednia dla rozpatrywanego zagadnienia powinna uwzględniać kamienie milowe projektu. Przy harmonogramowaniu wstecz zadania są planowane wstecz od umownych terminów zdefiniowanych dla każdego z etapów projektu. Dla każdego zadania nieprzekraczalne terminy zakończenia wynikają z przynależności do etapu przedsięwzięcia.

#### 4. Przykład ilustracyjny.

Działanie procedur dekodujących dla zagadnienia maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych dla problemu harmonogramowania projektu rozliczanego etapowo, zostanie omówione dla przykładowego projektu składającego się z 12 zadań (10 zadań niepozornych) realizowanych za pomocą jednego typu zasobu odnawialnego o dostępności równej 8 ( $a = 8$ ). Informacje o wykonywanych czynnościach, ich czasach trwania  $d_i$ , zapotrzebowaniu na zasoby  $r_i$ , terminach zakończenia  $\delta_i$ , bezpośrednich następnikach  $N_i$ , wydatkach z nimi związanych  $CFA_i$  przedstawione są w tabeli 1.

Tab. 1. Informacje o zadaniach w przykładowym projekcie

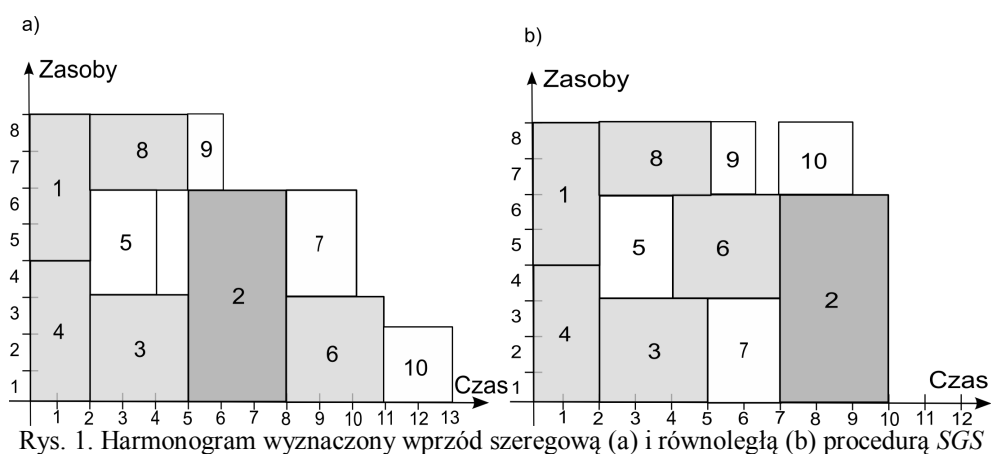
$i$	$d_i$	$r_i$	$\delta_i$	$N_i$	$CFA_i$
0	0	0	-	1, 2, 3, 4	-
1	2	4	9	5, 6, 8, 9	8
2	3	6	4	11	18
3	3	3	9	7	9
4	2	4	9	6, 8	8
5	2	3	12	11	6
6	3	3	9	10	9
7	2	3	12	11	6
8	3	2	12	10	6
9	1	2	12	11	2
10	2	2	12	11	4
11	0	0	12	-	-

Zdefiniowane są trzy umowne etapy projektu o nieprzekraczalnych terminach zakończenia  $tm_j$ , zbiorze zadań do wykonania  $M_j$ , płatnościach klienta za realizację  $PM_j$ , jednostkowych kosztach opóźnień  $CM_j$  zestawionych w tabeli 2.

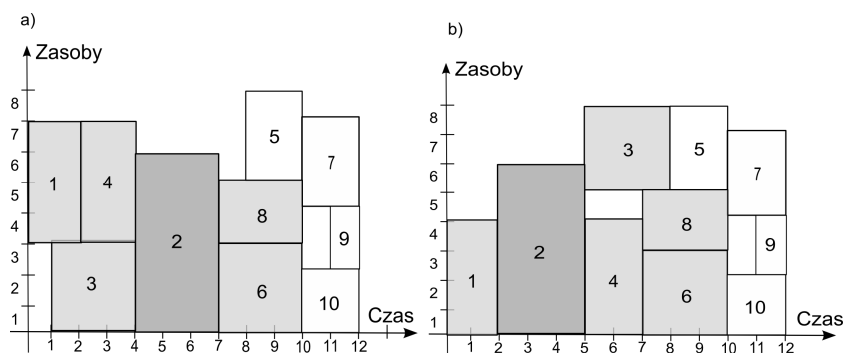
Tab.2. Informacje o kamieniach milowych w przykładowym projekcie

Etap projektu $j$	$tm_j$	$M_j$	$PM_j$	$CM_j$
1	4	2	100	5
2	9	1, 3, 4, 6, 8	100	5
3	12	5, 7, 9, 10, 11	200	20

Na potrzeby obliczania  $NPV$  przyjęto stopę dyskontową  $\alpha = 0.01$  przy okresie kapitalizacji wynoszącym 1 jednostkę czasową. Analiza procedur  $SGS$  przeprowadzona jest dla listy czynności składającej się z kolejnych zadań niepozornych  $L = \{1, 4, 3, 5, 2, 8, 6, 7, 9, 10\}$ . Na liście  $L$  zadania są w porządku uwzględniającym relacje kolejnościowe. Harmonogramy uzyskane za pomocą procedur  $SGS$  harmonogramowania: wprzód znajdują się na rysunku 1 (w tych samych kolorach zadania związane z tym samym etapem projektu, należące do tego samego zbioru  $M_j$ ), wstecz na rysunku 2, wstecz przy uwzględnieniu etapów projektu na rysunku 3, wprzód przy uwzględnieniu etapów projektu na rysunku 4. Zestawienie wartości analizowanej w pracy funkcji celu dla znalezionych harmonogramów przedstawione są w tabeli 3.

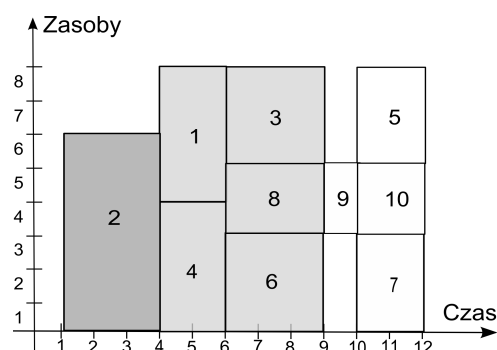


Rys. 1. Harmonogram wyznaczony wprzód szeregową (a) i równoległą (b) procedurą  $SGS$

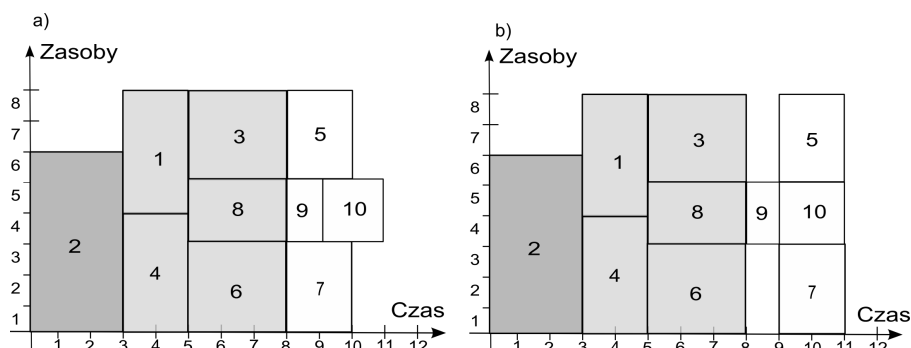


Rys. 2. Harmonogram wyznaczony wstecz szeregową (a) i równoległą (b) procedurą  $SGS$





Rys. 3. Harmonogram wyznaczony wstecz procedurą SGS uwzględniającą etapy projektu



Rys. 4. Harmonogram wyznaczony wprzód procedurą SGS uwzględniającą kamienie milowe (a), z przesunięciem w prawo zadań w celu zwiększenia NPV (b)

Tab.3. Wartości funkcji celu  $F$  (patrz wzór 6) i jej składowych (związanych z czynnościami  $\sum CFA_i$  i etapami projektu  $\sum CFM_j$ ) dla harmonogramów z rysunków 1-4

	1a	1b	2a	2b	3	4a	4b
$\sum CFA_i$	-73.0	-73.4	-72.4	-72.2	<b>-72.1</b>	-73.0	-72.8
$\sum CFM_j$	312.7	337.7	342.7	353.9	365.0	<b>368.7</b>	<b>368.7</b>
$F$	239.7	264.3	270.3	281.7	292.9	295.7	<b>295.9</b>

Dla analizowanego problemu ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi projektu z maksymalizacją zdyskontowanych przepływów pieniężnych harmonogramy z rysunków 1-2 nie są odpowiednie. Przekroczone są terminy realizacji umownych etapów projektu, co wiąże się z koniecznością poniesienia kosztów umownych przez wykonawcę.

Wprowadzenie kamieni milowych zmienia właściwości optymalnych harmonogramów. Harmonogram o minimalnym czasie trwania (np. ten z rysunku 1b) nie zawsze jest odpowiedni. Przy harmonogramowaniu należy skoncentrować się na dotrzymaniu umownych terminów wykonania etapów projektu, gdyż przekraczanie terminów wykonania kamieni milowych uszczupla płatności klienta za realizację etapów projektu. Korzyści z wcześniejszych płatności klienta za wcześniejsze wykonanie projektu są mniejsze (dla rozważanego przykładu obliczeniowego) niż koszty umowne ponoszone za nieterminowe wykonanie kamieni milowych. NPV projektu zmniejsza także wcześniejsze ponoszenie kosztów związanych z rozpoczynaniem czynności.

W analizowanym w pracy problemie maksymalizacji  $NPV$  wydatki (na realizację zadań) powinny być wykonywane jak najpóźniej a wpłaty (za ukończenie etapów projektu) uzyskiwane jak najwcześniej. Dla problemu  $RCSPDCF$  często stosowane jest harmonogramowanie wstecz z zasadą planowania zadań (z przypisanymi ujemnymi przepływami pieniężnymi, wydatkami) „najpóźniej jak to możliwe”  $ALAP$ , które zwiększa  $NPV$  przedsięwzięcia w związku z opóźnianiem wydatków na rozpoczynanie zadań.

W analizowanym problemie harmonogramy wyznaczone wstecz (rysunek 2) nie są odpowiednie, gdyż zastosowane procedury nie uwzględniają umownych etapów projektu. Kary za niedotrzymanie terminów wykonania są większe niż korzyści z opóźnionych wydatków na wykonywanie zadań.

Dla analizowanego projektu nie jest także wskazane rozpoczynanie zadań zgodnie z zasadą  $ALAP$  przy uwzględnieniu etapów projektu (rysunek 3). Straty z późniejszych wpłat za zrealizowanie kamieni milowych (mimo uniknięcia kar umownych) są większe niż korzyści z późniejszych wydatków na rozpoczynane czynności. Przy innych parametrach np. przy innych terminach i kwotach umownych płatności itp. realizacja zadań zgodnie z zasadą  $ALAP$  może być korzystna dla wykonawcy. Dla analizowanego projektu korzystne jest natomiast opóźnianie rozpoczęcia tylko części zadań „niekrytycznych”, których późniejsze rozpoczynanie nie powoduje przesunięcia w czasie wykonania któregośkolwiek z etapów projektu. Najwyższą wartość funkcji celu  $F$  (patrz wzór 6) ma harmonogram z zadaniami rozpoczynanymi jak najpóźniej bez opóźniania realizacji kamieni milowych (rysunek 4b). Korzyść w wysokości 0.2 jednostek pieniężnych w porównaniu z harmonogramem z rysunku 4a wynika z przesunięcia w prawo o 1 jednostkę czasową wydatków na rozpoczęcie zadań 5 i 7.

Problem maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych nie jest prostym zagadnieniem. Poza użyciem opracowanych i znanych procedur dekodowania  $SGS$  konieczne jest opracowanie algorytmów analizujących możliwe przesunięcia w prawo zadań, których odroczenie w czasie zwiększa  $NPV$  projektu.

## 5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono problem maksymalizacji zdyskontowanych przepływów pieniężnych z punktu widzenia wykonawcy dla problemu harmonogramowania projektu rozliczanego etapowo (ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi). Zaproponowano zmodyfikowane procedury generowania uszeregowania uwzględniające umowne etapy projektu. Działanie procedur zilustrowano dla przykładowego przedsięwzięcia.

Rozpatrywany model z etapowym, finansowym rozliczaniem przebiegu projektu może być wykorzystywany przy dużych projektach budowlanych, konstrukcyjnych. Przedmiotem dalszych prac autorów będzie m.in. opracowanie skutecznych algorytmów harmonogramowania, wykorzystujących proponowane procedury dekodujące i przetestowanie ich skuteczności dla problemu maksymalizacji  $NPV$  projektu rozliczanego etapowo.

## Literatura

1. Brucker P., Drexler A., Mohring R., Neumann K., Pesch E.: Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models and methods, European Journal of Operational Research 112, 1999, 3-41.

2. Hartmann S., Briskorn D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research*, 207(1), 2012, 1-14.
3. Herroelen W., Reyck B. D., Demeulemeester E.: Project network models with discounted cash flows: A guided tour through recent developments, *European Journal of Operational Research*, 100, 1997, 97-121.
4. Klimek M.: Predyktyno-reaktywne harmonogramowanie produkcji z ograniczoną dostępnością zasobów, Praca doktorska, AGH Kraków, 2010.
5. Klimek M., Łebkowski P.: Proaktywne harmonogramowanie projektu z optymalizacją przepływów pieniężnych, [w:] *Automatyzacja procesów dyskretnych : teoria i zastosowania*, T. II, red. Świerniak A., Krystek J. [materiały konferencyjne], Gliwice 2012, 119-122.
6. Kolisch R.: Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation, *European Journal of Operational Research*, 90, 1996, 320-333.
7. Kolisch R., Padman R.: An integrated survey of deterministic project scheduling, *OMEGA The International Journal of Management Science* 29, 2001, 249-272.
8. Mika M., Waligóra G., Węglarz J.: Simulated annealing and tabu search for multi-mode resource-constrained project scheduling with positive discounted cash flows and different payment models, *European Journal of Operational Research*, 164(3), 2005, 639-668.
9. Russell A.H.: Cash flows in networks, *Management Science*, 16, 1970, s. 357-373.
10. Selle T., Zimmermann, J.: A bidirectional heuristic for maximizing the net present value of large-scale projects subject to limited resources, *Naval Research Logistics* 50, 2003, 130-148.
11. Ulusoy, G., Özdamar, L.: A heuristic scheduling algorithm for improving the duration and net present value of a project, *International Journal of Operations and Production Management*, 15, 1995, 89-98.
12. Vanhoucke M., Demeulemeester E., Herroelen W.: Maximizing the net present value of a project with linear time-dependent cash flows, *International Journal of Production Research*, 39(14), 2001, 3159-3181.
13. Vanhoucke M.: A scatter search procedure for maximizing the net present value of a resource-constrained project with fixed activity cash flows, Gent, Working Paper 2006/417, 1-23.
14. Węglarz J. (red.): *Project Scheduling: Recent Models, Algorithms and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1999.

Dr inż. Marcin KLIMEK  
 Instytut Informatyki, Państwowa Szkoła Wyższa  
 21-500 Biała Podlaska, ul. Sidorska 95/97  
 e-mail: marcin\_kli@interia.pl

Dr hab. inż. Piotr Łebkowski, prof. AGH  
 AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie, Wydział Zarządzania  
 30-059 Kraków, al. Mickiewicza 30  
 e-mail: plebkows@zarz.agh.edu.pl